ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

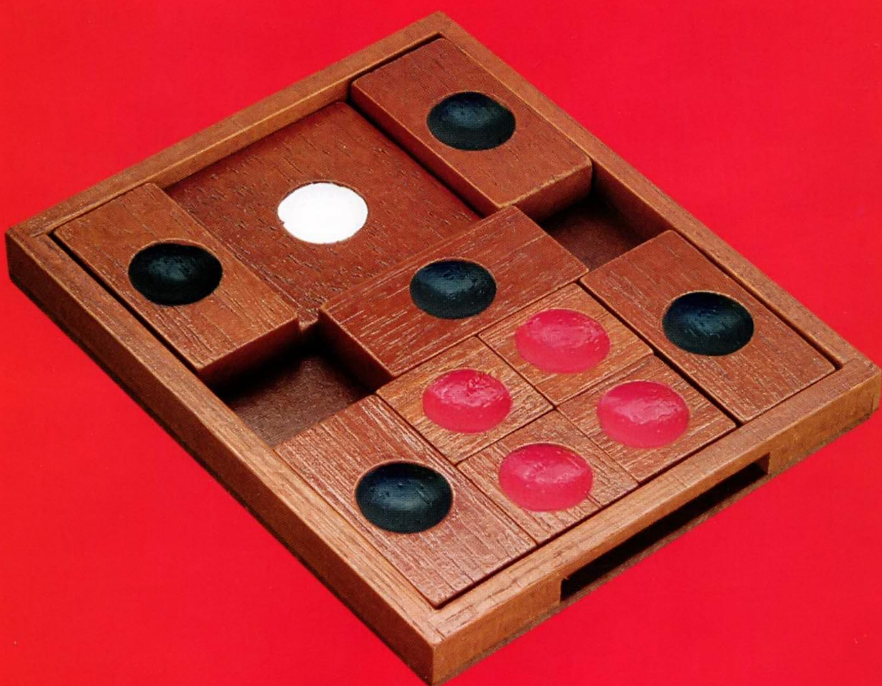
Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 39 900 бел. руб., 990 тенге

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

40

Блоки



ISSN 2225-1782
00040

DeAGOSTINI

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

В этом выпуске:

Математическая вселенная

Гипотезы и теоремы Крупные математические задачи изначально представляли собой гипотезы и просто предположения — не более чем плоды воображения и интуиции. Некоторые из них затем стали теоремами, другие до сих пор ждут, пока кто-нибудь не докажет их и не переведет их в статус теорем. Сегодня мы поговорим о задачах, связанных с простыми числами, числовыми рядами и теорией вероятностей, которые в свое время стали подлинными вехами в истории математики.

Блистательные умы

Блистательные умы Математик и астроном Евдокс Книдский — один из самых выдающихся представителей платоновской Академии, созданной в 388 году до н. э. в Афинах. Позднее он совершил путешествие в египетский город Гелиополь, где занимался астрономией. Затем он поселился в Кизике, где основал свою школу. Евдокс Книдский, считающийся ведущим греческим математиком IV века до н. э. и создателем теоретической астрономии, сформулировал теорию о соотношениях между величинами и разработал так называемый метод исчерпывания.

Математика на каждый день

Этноматематика В любой культуре, цивилизации или социальной группе возникает необходимость классифицировать, сравнивать, измерять, совершать подсчеты и делать умозаключения. Все эти действия могут выполняться в очень примитивном или, напротив, очень сложном контексте. Подобная деятельность и главным образом ее систематизация составляет основу математических знаний отдельного народа или всей цивилизации. Изучением и сопоставлением этих знаний и занимается этноматематика.

Математические задачки

Игровые задачи от Генри Э. Дьюдени Можно использовать игральные карты, костяшки домино и игральные кости по их прямому назначению, а можно решать созданные на их основе увлекательные головоломки. Построив цепочку домино и картонный крест и разгадав фокус с игральными костями, можно поломать голову и над проблемами футболистов.

Головоломки

Блоки В этой игре, многие варианты которой хорошо известны большинству наших читателей, гармонично сочетаются логика и стратегия. Здесь требуются хорошая память и умение рассуждать. Столь же важно иметь терпение, поскольку вам придется перебрать множество последовательностей ходов, прежде чем вы найдете правильную.

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 40, 2013
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.

ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ВЫПУСКАЮЩИЙ РЕДАКТОР: Варвара Степановская
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ:
Любовь Мартынова

Уважаемые читатели! Для вашего удобства рекомендуем приобретать выпуски в одном и том же киоске и заранее сообщать продавцу о вашем желании покупать следующие выпуски коллекции.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ № ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru

По остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01

Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 105066, г. Москва, а/я 13, «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»

РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО «Де Агостини Паблишинг», Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко

Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с «Де Агостіні»

Для заказа пропущенных номеров
и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua

По остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк»,
220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к,
тел./факс: +375 17 331-94-27.

Телефон «горячей линии» в Беларуси:
+375 17 279-87-87 (пн-пт, 9.00 — 21.00)

АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика Беларусь,
220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк», «Де Агостини»,
«Занимательные головоломки»

КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»

РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 39 900 бел. руб., 990 тенге

ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: ООО «Компания Юнивест Маркетинг», 08500, Украина, Киевская область, г. Фастов, ул. Полиграфическая, 10

ТИРАЖ: 68 000 экз.

Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.

Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.

Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

© ООО «Де Агостини», 2013
© RBA Coleccionables, 2011

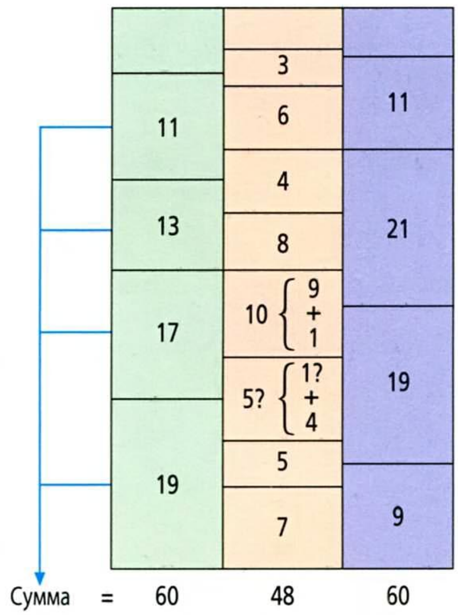
ISSN 2225-1782

ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 13.08.2013

Гипотезы и теоремы

Великие математические задачи

Многие считают, что математика очень трудна, особенно когда приходится заниматься ею против своей воли. В определенных обстоятельствах эту проблему можно обойти; тем не менее, она неизбежна. Математика неизменно представляет трудности именно потому, что она ставит перед нами сложные задачи и тем самым заставляет думать; именно в этом заключается сама суть этой науки. Можно с абсолютной уверенностью утверждать, что математики не существовало бы без математических задач, которые являются стимулом ее развития. История математики неразрывно связана с крупными математическими задачами. Эти задачи изначально представляли собой гипотезы и просто предположения — не более чем плоды воображения и интуиции. Некоторые из них затем стали теоремами, другие до сих пор ждут, пока кто-нибудь не докажет их и не переведет их в статус теорем. К сожалению, большинство подобных гипотез сложно объяснить популярным языком из-за обилия технических аспектов. Некоторые подобные задачи, например гипотеза Кеплера, задача о кёнигсбергских мостах и теорема о четырех красках, уже были подробно рассмотрены в предыдущих выпусках. Сейчас мы поговорим о других задачах, в частности, связанных с простыми числами, числовыми рядами и теорией вероятностей, которые в свое время стали подлинными вехами в истории математики.



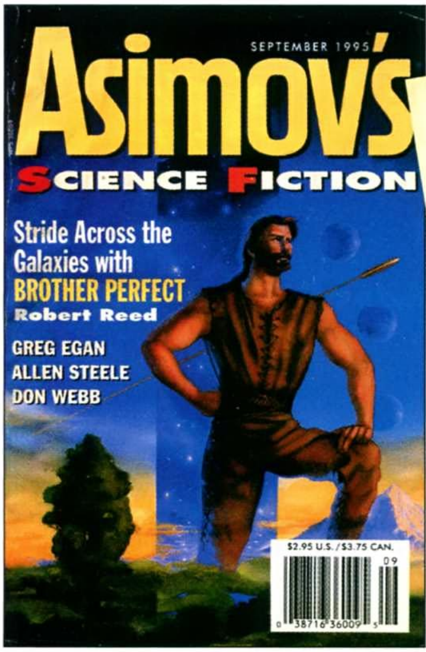
▲ Кость Ишанго, найденная в Заире, возраст которой оценивается в 20 000 лет, содержит 60 насечек в два ряда. В левом ряду записаны простые числа от 10 до 20. Считается, что насечки на этой кости, которая в настоящее время хранится в музее Бельгийского королевского института естественных наук в Брюсселе, обозначают фазы Луны.

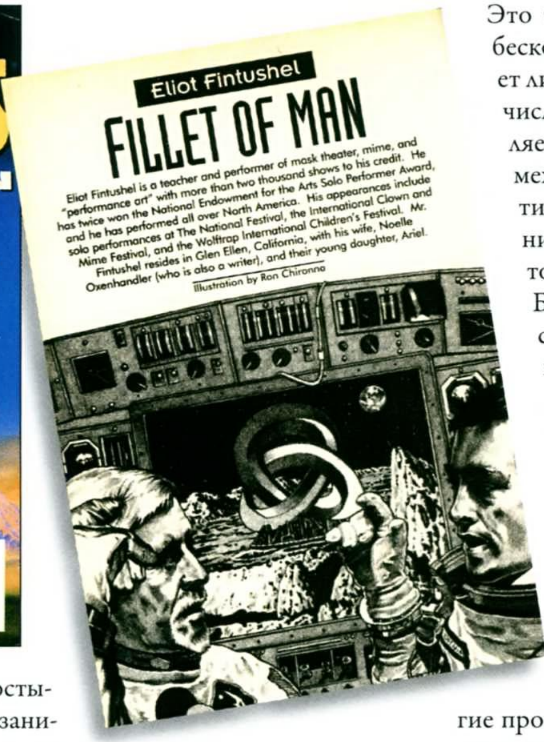
◄ Так называемый папирус Ахмеса размером 30 см в ширину и 6 м в длину, который хранится в Британском музее, содержит ряд арифметических и геометрических задач и их решений, позволяющих оценить, насколько высок был уровень древнеегипетской математики. Папирус Ахмеса иногда называют папирусом Райнда по имени шотландского коллекционера, который приобрел его в долине Нила в 1858 году.

Простые числа

Первое, чему учат во всех школах, во всех культурах и цивилизациях вне зависимости от уровня развития, — это буквы и числа. Буквы и числа — две основы человеческой цивилизации: буквы — основа общения, числа — основа мысли. Между буквами и числами существует заметная разница: письменности разных культур различаются, а числа, как кажется, всегда были частью цивилизации, словно будучи частью самой природы. Мы можем подробно изучить, как появлялись и исчезали слова и буквы, поскольку в конечном итоге именно мы в той или иной степени создаем слова или перестаем употреблять их. Изучить числа подобным образом нельзя. К примеру, нельзя назвать имя того, кто открыл простые числа. Они существуют сами по себе и представляют собой загадку.

Поэтому неудивительно, что теория чисел является одним из древнейших и важнейших разделов математики. Среди множества объектов исследования этой теории самыми удивительными, несомненно, являются простые числа.





▲ *В рассказе Fillet of man Элиота Финтушела, опубликованном в журнале «Научная фантастика Азимова» (вверху слева) люди общаются с пришельцами на универсальном языке, не зависящем от времени, пространства и культуры, едином для всех рациональных Вселенных и состоящем из простых чисел.*

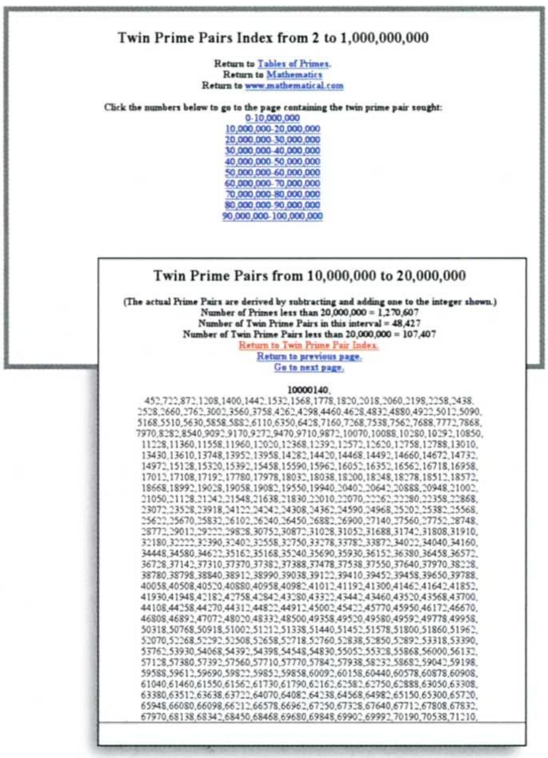
Большинство задач, связанных с простыми числами, до сих пор не решены и занимают важное место среди крупных задач математики. Напомним, что число называется простым, если оно делится только на единицу и на само себя. Число 1 формально удовлетворяет этому определению, однако не является простым, а 2 — единственное число, которое одновременно является простым и четным. Таким образом, простыми числами являются 2, 5, 7, 11, 13, 17 и так далее.

Первое важное открытие, касающееся простых чисел, было совершено самим Евклидом. Это теорема, согласно которой существует бесконечно много простых чисел. Существует ли метод, позволяющий найти все простые числа? Таким методом в некотором роде является решето Эратосфена, однако это лишь механический алгоритм, позволяющий найти простые числа путем исключения, и он никак не описывает возможный закон, которому могут подчиняться простые числа. Большинство математиков с крайним пессимизмом относятся к тому, что в один прекрасный день этот закон будет найден.

Тем не менее, многие пытались найти какие-то закономерности и свойства, которые позволили бы лучше понять природу простых чисел. Один из первых вопросов, который неизбежно возникает при изучении простых чисел, звучит так: каково расстояние между двумя соседними простыми числами? Пока на этот вопрос не смог ответить никто, однако можно заметить, что многие простые числа отделены друг от друга всего двумя числами. Например,

$$5 = 3 + 2,$$
$$7 = 5 + 2,$$
$$13 = 11 + 2.$$

Такие пары простых чисел (p, q), для которых выполняется условие $q = p + 2$, получили название простых чисел — близнецов.


Twin Prime Pairs Index from 2 to 1,000,000,000

Return to Tables of Primes.
Return to Mathematics
Return to www.mathematical.com

Click the numbers below to go to the page containing the twin prime pair sought:

0-10,000,000
10,000,000-20,000,000
20,000,000-30,000,000
30,000,000-40,000,000
40,000,000-50,000,000
50,000,000-60,000,000
60,000,000-70,000,000
70,000,000-80,000,000
80,000,000-90,000,000
90,000,000-100,000,000

Twin Prime Pairs from 10,000,000 to 20,000,000

(The actual Prime Pairs are derived by subtracting and adding one to the integer shown.)
Number of Primes less than 20,000,000 = 1,270,607
Number of Twin Prime Pairs in this interval = 48,427
Number of Twin Prime Pairs less than 20,000,000 = 107,407
Return to Twin Prime Pair Index.
Return to previous page.
Go to next page.

10000140,

◄ *Существует интернет-страница, на которой собраны все известные простые числа — близнецы от 1 до 100 000 000. На главной странице сайта www.mathematical.com/twindex2to1b.htm (вверху) можно запросить списки таких чисел, разбитые на интервалы по 10 миллионов (внизу).*

► *Простые числа были запечатлены и в кино. В фильме «У зеркала два лица» с Барброй Стрейзанд и Джеффом Бриджесом главный герой, математик, работает с простыми числами — близнецами.*

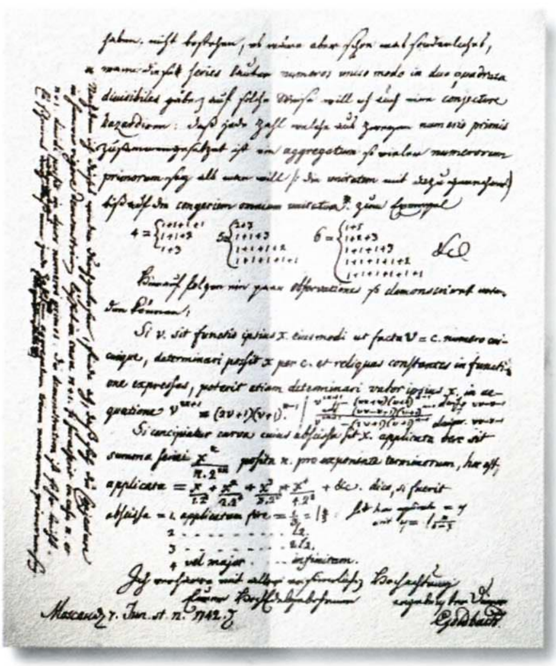
Первые простые числа — близнецы перечислены ниже:

(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), (59, 61), (71, 73), (101, 103), (107, 109), (137, 139), (149, 151), (179, 181), (191, 193), (197, 199), (227, 229), (239, 241), (269, 271), (281, 283), (311, 313), (347, 349), (419, 421), (431, 433), (461, 463), (521, 523), (569, 571), (599, 601), (617, 619), (641, 643), (659, 661), (809, 811), (821, 823), (827, 829), (857, 859), (881, 883).

Так родилась первая гипотеза о простых числах — близнецах, которая гласит, что существует бесконечное множество простых чисел p таких, что $p + 2$ также является простым числом. Эту гипотезу до сих пор не удалось доказать, однако большинство исследователей считают, что она должна быть верна. Тем не менее, были получены некоторые частные результаты (Эрдёш (1940), Чэнь Цзинжунь (1966)). В 2004 году Р. Аренсторф из Университета Вандербильта опубликовал 38-страничное доказательство этой гипотезы, однако в мае того же года в одной из лемм, использованных при доказательстве, была обнаружена ошибка.

Еще одна знаменитая гипотеза о простых числах (возможно, она знаменита потому, что до сих пор не доказана) — гипотеза Гольдбаха. В исходной версии, приведенной в письме Гольдбаха Эйлеру от 7 июня 1742 года, эта гипотеза звучит так: любое нечетное число, большее 5, можно представить в виде суммы трех простых чисел. В более строгой формулировке, принадлежащей Эйлеру, эта гипотеза звучит так: «Всякое целое четное положительное число, большее или равное 4, может быть выражено как сумма двух простых чисел». Эта гипотеза до сих пор входит в список открытых задач, так как никому пока что не удалось ее доказать.

▲ *Чэнь Цзинжунь, изображенный на этой памятной марке Китая, в 1966 году получил частный результат, касающийся гипотезы о простых числах — близнецах, который приведен в верхней части марки.*



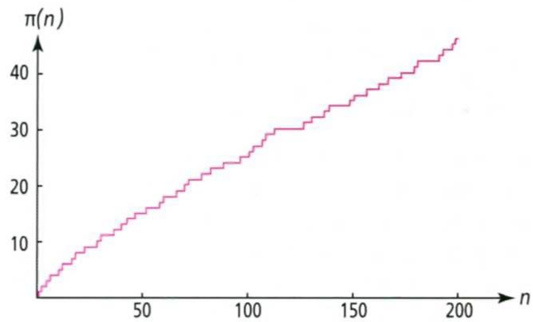
◄ *Кристиан Гольдбах в письме к Леонарду Эйлеру, датированном 7 июня 1742 года, которое изображено на иллюстрации, изложил гипотезу, носящую его имя. Хотя большинство математиков сходятся на том, что эта гипотеза должна быть верной, она до сих пор не доказана.*

Одним из наиболее интересных результатов, касающихся распределения простых чисел, является теорема о распределении простых чисел, описывающая асимптотику функции $\pi(n)$, которая определяется следующим образом: $\pi(n)$ = число простых чисел, меньших n (здесь буква π — это просто буква греческого алфавита, которая не имеет ничего общего с числом $\pi = 3{,}1415...$).

Пример: $\pi(1) = 0$,
$\pi(2) = 1$,
$\pi(12) = 5$.

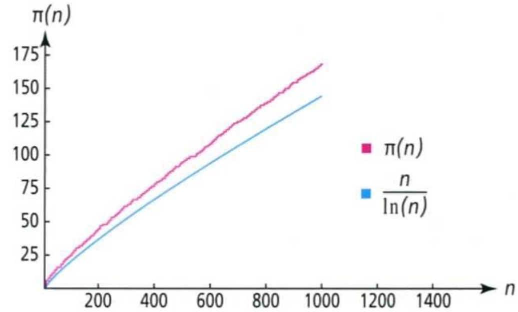
Среди 100 первых чисел всего 25 простых, поэтому $\pi(100) = 25$.

График этой функции выглядит приблизительно так:



Очевидно, что эта функция не могла не стать предметом математической гипотезы. Эту гипотезу в 1798 году сформулировал Лежандр, а затем в нее внес некоторые поправки Гаусс. Гипотеза гласит, что с увеличением n отношение $n / \pi(n)$ постепенно приближается к натуральному логарифму n. Иными словами,

$$\pi(n) \approx \frac{n}{\ln(n)}.$$



Эта гипотеза обрела статус теоремы лишь в 1895 году, когда ее независимо друг от друга доказали Адамар и Пуссен. Современная формулировка этой теоремы намного сложнее, поэтому мы не будем приводить ее здесь. При доказательстве этой теоремы и Адамар, и Пуссен использовали дзета-функцию Римана, которой посвящена еще одна важная математическая задача, берущая начало в XVII веке.

Сумма обратных квадратов

Якоб Бернулли и его брат Иоганн в период с 1689 по 1704 год занимались изучением числовых рядов — сумм бесконечного числа членов, о которых известно, что они не обязательно равны бесконечности. Это выражения вида:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \ldots$$

Они обозначаются греческой буквой Σ, позволяющей записать два вышеприведенных ряда в следующем виде:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2n = 2 + 4 + 6 + 8 + \ldots$$

Если, как в двух предыдущих случаях, сумма ряда равна бесконечности, то говорят, что ряд расходится. В противном случае говорят, что ряд сходится.

Братья Бернулли интересовались бесконечными рядами чисел, обратных натуральным, то есть рядами вида

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}.$$

Они доказали, что этот ряд расходится. Воодушевленные достигнутым успехом, они приступили к изучению ряда, образованного обратными квадратами чисел:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Якоб Бернулли показал, что этот ряд сходится, и даже попробовал доказать, что его сумма должна быть меньше или равна 2, однако ему не удалось найти ее точное значение. Его интерес к этой задаче был столь огромен, что он заявил: «Велика будет наша благодарность тому, кто найдет и сообщит нам то, что до сего времени ускользало от нашего взора».

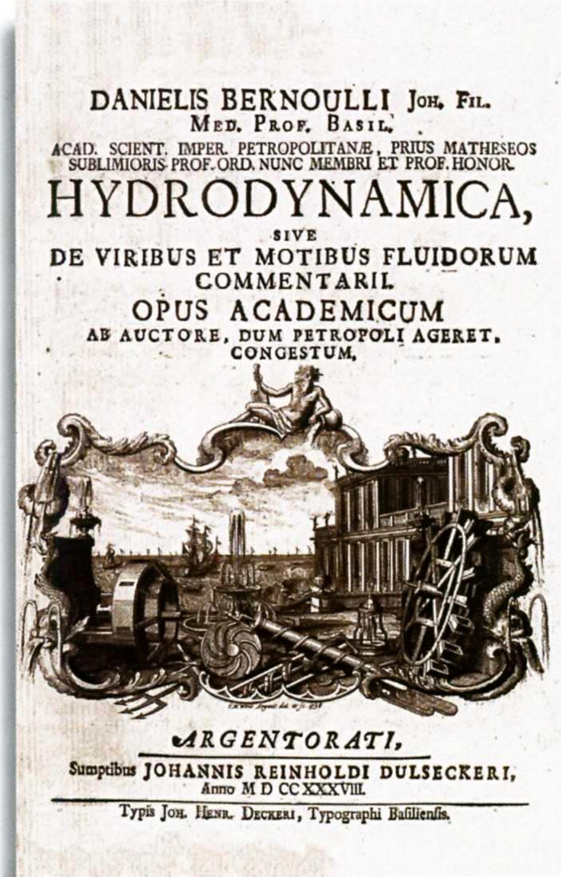
Эта задача не поддалась математикам масштаба Менголи и Лейбница, не говоря уже о самих братьях Бернулли. Ее решение было найдено 30 лет спустя усилиями подлинного волшебника из мира математики — Леонарда Эйлера. Результат оказался удивительным:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}.$$

Эйлер не без удивления описывал свое открытие: «...Тем не менее, я нашел, вопреки всем прогнозам, элегантное выражение для суммы ряда $1 + 1/4 + 1/9 + 1/16$ и т. д., которое зависит от квадратуры круга... Я обнаружил, что взятая шесть раз сумма этого ряда равна квадрату длины окружности, диаметр которой равен единице».

К сожалению, Якоб скончался до того, как Эйлер опубликовал этот результат. *Utinam Frater superstes effet*! («Если бы был жив мой брат!») — сокрушался Иоганн.

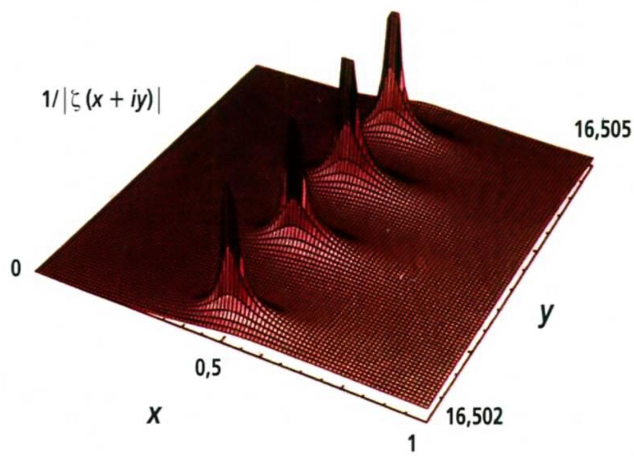
Мы неспроста назвали Эйлера волшебником: его доказательство сродни настоящей математической магии. Оно совсем не сложно, однако требует некоторых знаний высшей математики. Достаточно упомянуть принципиально новую идею, которую использовал Эйлер. Он рассмотрел ряд как полиномиальную функцию, а затем связал ее с разложением в ряд для функции синуса (именно на этом этапе возникло число π, которое является одним из нулей этой функции).


DANIELIS BERNOULLI Joh. Fil.
Med. Prof. Basil.
ACAD. SCIENT. IMPER. PETROPOLITANÆ, PRIUS MATHESEOS SUBLIMIORIS PROF. ORD. NUNC MEMBRI ET PROF. HONOR.
HYDRODYNAMICA,
SIVE
DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM COMMENTARII.
OPUS ACADEMICUM
AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET, CONGESTUM.
ARGENTORATI,
Sumptibus JOHANNIS REINHOLDI DULSECKERI,
Anno M D CC XXXVIII.
Typis Joh. Henr. Deckeri, Typographi Basiliensis.

▲ *Представители семейства Бернулли внесли важный вклад в различные разделы науки, свидетельством чему служит труд «Гидродинамика» Даниила Бернулли (обложка этой книги приведена на иллюстрации). А его племянники, братья Иоганн и Якоб Бернулли, сформулировали задачу о сумме обратных квадратов, которую в итоге решил Эйлер.*

Гипотеза Римана

Математики, как и большинство ученых, подобны детям — в том смысле, что им присуща неповторимая смесь невинности и любопытства, заставляющая задаваться вопросом: что будет, если теперь сделать это или это? Именно такой вопрос задали себе математики при рассмотрении ряда, о котором мы говорили выше. Что будет, если



▶ *Если мы изобразим на графике значение выражения, равного единице, деленной на модуль дзета-функции Римана, то есть $1 / |\zeta(x + iy)|$, то нулям функции будут соответствовать пики графика. Гипотеза Римана гласит, что все эти нули находятся на линии $x = 0,5$.*

в сумме обратных квадратов мы заменим квадраты произвольными степенями? Иными словами, как будут вести себя ряды вида

$$1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \ldots$$

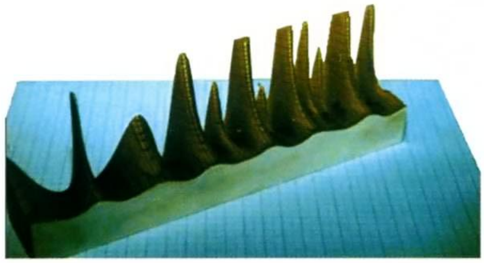
$$1 + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{3^9} + \frac{1}{4^9} + \ldots$$

Почему бы нам не определить функцию, описывающую все подобные ряды? Эта функция будет выглядеть так:

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2^x} + \frac{1}{3^x} + \frac{1}{4^x} + \ldots$$

Кроме того, чтобы еще больше усложнить задачу, почему бы не сделать x комплексным числом?

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}.$$



▸ *На иллюстрации представлена трехмерная модель, созданная программистом Ларри Картером, на которой изображены абсолютные значения дзета-функции Римана (ζ) на интервале $10 < y < 80$ на прямой $1/2 + iy$, на которой располагается 21 ноль дзета-функции.*

◂ *Дзета-функция Римана (ζ) часто упоминается на страницах монументального романа Нила Стивенсона «Криптономикон» как источник так называемых псевдослучайных чисел, составляющих основу криптографии.*

Мы получили знаменитую дзета-функцию Римана, определенную для всех комплексных чисел $s \neq 1$. Эта функция является предметом одной из важнейших открытых проблем математики — гипотезы Римана, сформулированной Бернхардом Риманом в 1859 году. Хотя это не самая простая математическая проблема, мы попробуем объяснить ее суть, пусть и в несколько упрощенном виде. Во-первых, напомним, что комплексное число — это число вида $a + bi$, где a и b — вещественные числа, i — так называемая мнимая единица. Число a называется вещественной частью комплексного числа, число b — мнимой частью. Комплексными числами являются:

$$2 + 3i;\ 8;\ 2i;\ \sqrt{2} - \pi i.$$

Нулями функции называются такие значения переменной, при которых значение функции обращается в ноль. Например, для функции $f(x) = x - 2$ значение $x = 2$ является нулем функции, так как $f(2) = 2 - 2 = 0$. Аналогично, 1 и 3 являются нулями функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Дзета-функция Римана имеет несколько нулей, называемых тривиальными, при $s = 2$, $s = 4$, $s = 6$ и т. д. Это придется принять на веру — в противном случае потребуется доказать, что при этих значениях s ряд сходится к нулю, что полностью выходит за рамки нашего объяснения. Гипотеза Римана звучит так:

Вещественная часть всех нетривиальных нулей функции Римана равна 1/2.

Если вы узнаете побольше о функциях комплексной переменной и рядах, которым посвящено множество книг, то, быть может, захотите попробовать доказать эту гипотезу. Если вам это удастся, Институт Клэя выплатит вам сумму в один миллион долларов наличными вне зависимости от вашего возраста, пола и профессии. Эта сумма будет выплачена не сразу, так как ваше доказательство сначала должно будет пройти проверку. В июне 2004 года математик Луи де Бранж де Бурсия из американского университета Пэрдью в городе Уэст-Лафайетт (штат Индиана) заявил, что доказал гипотезу Римана. Его работу уже несколько лет проверяют профессиональные математики. Ранее Де Бранж уже предлагал несколько доказательств различных гипотез, которые в итоге оказывались ошибочными.

Задача о разделе ставок

A и B играют в мяч. Они условились, что победителем будет объявлен тот, кто выиграет 6 партий. Игра прервалась, когда A выиграл 5 партий, B — 3. Как следует разделить ставки между игроками?

◂ *Монах Лука даль Борго, более известный как Лука Пачоли, в 1494 году в своем труде «Сумма арифметики, геометрии, дробей, пропорций и пропорциональности» опубликовал наиболее известный вариант задачи о разделе ставок.*

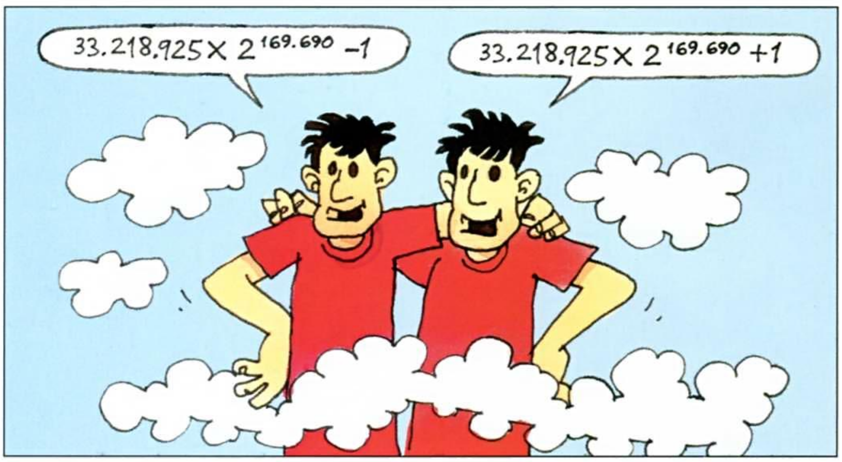
Это один из многочисленных вариантов задачи о разделе ставок. Он был опубликован в 1494 году и принадлежит перу монаха Луки даль Борго (1445–1514), больше известного как Лука Пачоли. Формулировка задачи очень проста, однако вокруг нее кипели нешуточные споры. Возможно, причиной споров было то, что в задаче использовалось понятие вероятности, которое в те годы еще не было четко определено. По сравнению с другими математическими теориями, теория вероятностей очень долго не выделялась как отдельный раздел математики. Стимулом к ее изучению было стремление любителей азартных игр узнать, как всегда выигрывать или как максимально уравнять шансы сторон в игре. До появления страховых компаний, которым требовались методы составления прогнозов, позволяющие продавать полисы и получать доход, в книгах по теории вероятностей речь шла главным образом о шахматах, игральных костях и рулетках, а математика как таковая почти не упоминалась. Многие историки считают, что теория вероятностей родилась в 1654 году. Именно тогда Паскаль и Ферма начали знаменитую переписку, посвященную задаче о разделе ставок.

Эта задача упоминается уже в итальянской рукописи 1380 года, однако вариант задачи, который рассматривали Паскаль и Ферма, принадлежит перу Шевалье де Мере (1607–1684) — придворному «интеллектуалу» Людовика XIV. Де Мере рассказал о задаче Паскалю, который изложил ее в первом из четырех писем к Ферма, датированном 29 июля 1654 года. Паскаль сформулировал задачу так: «Два игрока договорились сыграть до трех выигранных партий, и каждый поставил 32 пистоля. Первый одержал победу дважды, второй — всего один раз». Далее Паскаль приводит следующие рассуждения: «Если игроки сыграют еще одну партию и победу одержит первый, он заберет весь банк, то есть 64 пистоля. Если победит второй, то каждый будет иметь по две выигранные партии, в этом случае, если они захотят прервать игру, каждый должен будет забрать свою ставку, то есть 32 пистоля». Следует отметить важный момент в рассуждениях Ферма, который указал, что значение имеют не результаты уже сыгранных партий, а возможные исходы оставшихся партий. Так Ферма впервые в истории определил понятие, которое впоследствии получило название равновероятного события (вероятность каждого из элементарных событий, которые могут произойти в ходе игры, одинакова). Решения, в итоге предложенные Ферма и Паскалем, носили общий характер и могли быть применены к произвольным задачам.

▲ *Теория вероятностей, которая по сравнению с другими разделами математики чрезвычайно долго не выделялась в отдельную дисциплину, по мнению многих авторов зародилась в переписке Ферма и Паскаля в 1654 году. Стимулом к развитию этой дисциплины послужило главным образом желание игроков узнать выигрышные стратегии в азартных играх.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

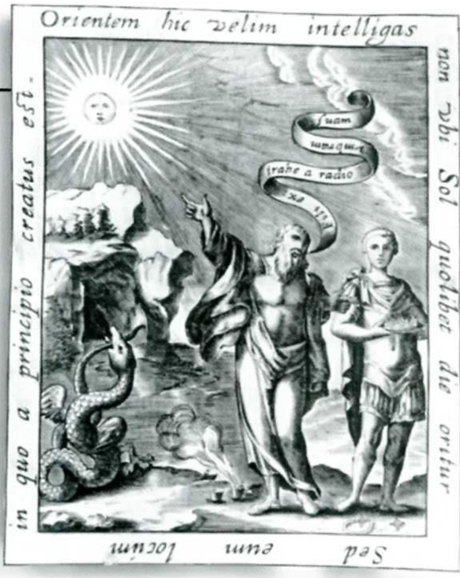
- В феврале 2001 года П. Демишель и К. Гурдон опубликовали найденное ими значение $\pi(10^{22})$ = 201 467 286 689 315 906 290. Таким образом, теперь нам известно, что в первом секстиллионе чисел насчитывается свыше двухсот квинтиллионов простых чисел.
- Говоря о гипотезе Гольдбаха, нельзя не отметить, что в 1939 году Лев Шнирельман доказал, что любое четное число можно представить в виде суммы не более чем 300 000 простых чисел. Это немного больше, чем сумма двух простых чисел, о которой говорится в гипотезе; тем не менее, этот результат не сто́ит сбрасывать со счетов.
- На 2002 год крупнейшими из известных простых чисел — близнецов были $33\,218\,925 \times 2^{169690} - 1$ и $33\,218\,925 \times 2^{169690} + 1$. Эти числа содержат 51 090 цифр. В 2008 году были найдены простые числа — близнецы, содержащие уже 58 711 миллионов знаков.



◄ *Труд Луки Пачоли «Сумма арифметики, геометрии, дробей, пропорций и пропорциональности», отпечатанный в Венеции в 1494 году, считается первой в истории энциклопедией теоретической и прикладной математики. В знак признания заслуг Пачоли в 1497 году он был приглашен на должность преподавателя математики ко двору Лодовико Сфорца, герцога Милана.*

Евдокс Книдский был признанным авторитетом для математиков Античности. Его оригинальные методы, которые упоминаются уже в работах предшественников Евклида, использовались в течение многих веков.

Математик и астроном
Евдокс Книдский



Евдокс родился около 408 года до н. э. в Книде на Триопийском мысе карийского Херсонеса, на территории современной Турции. Известно, что он был сыном Эсхина и, скорее всего, происходил из семьи врачей. Он учился математике у Архита в Таренте и медицине у Филиста на Сицилии. В 23 года он переехал в Афины, где изучал философию в школе Платона, которая была средоточием математических знаний той эпохи. Напомним, что обязательным условием приема в платоновскую Академию было знание геометрии. Евдокс, который позднее стал одним из наиболее выдающихся членов Академии, по-видимому, вел ожесточенную полемику с идеологами школы Платона. Причиной этому во многом были его теории о соотношениях величин, ставшие революционными для той эпохи.

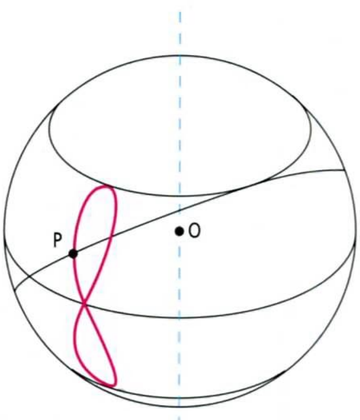
О дате и обстоятельствах его смерти достоверно ничего не известно, за исключением того, что, скорее всего, он умер в родном городе.

◄ Евдокс Книдский (в центре), который считается ведущим греческим математиком IV века до н. э. и создателем теоретической астрономии, сформулировал теорию о соотношениях между величинами и разработал так называемый метод исчерпывания.

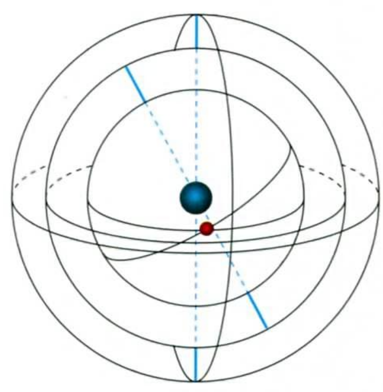
Астрономия

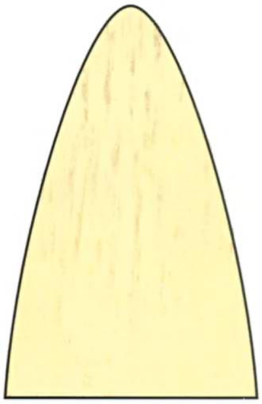
Благодаря хорошим рекомендациям Евдокс добился благосклонности фараона Нектанеба и получил возможность проводить астрономические наблюдения, что в те годы было привилегией жрецов. Евдокс совершил очень важный вклад в астрономию. Большинство его открытий изложены в трудах «Описание земного круга», «Зеркало» и «Явления», в которых он вычислил время захода и восхода некоторых планет над горизонтом, а также в трактате «О скоростях», где с помощью геометрических методов он описал траектории некоторых небесных тел. Он обнаружил, что солнечный год на 6 часов длиннее, чем 365 дней, как тогда считалось, и первым разделил небесную сферу на градусы широты и долготы. Он создал карту звездного неба и составил различные календари, а также занимался исследованиями по метеорологии и определению смены времен года в долине Нила. Евдокс сконструировал модель Солнечной системы, которая представляла собой сложный механизм, состоявший из 27 концентрических сфер, в центре которого находилась Земля как центр Вселенной, а на внешней сфере — звезды. С помощью этого механизма ему удалось предсказать траектории движения некоторых планет.

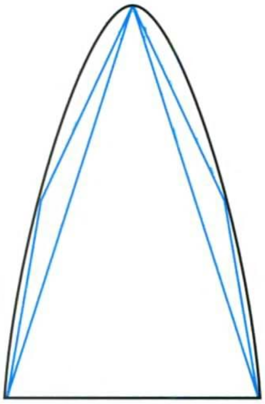
▲ Евдокс Книдский, который был членом платоновской Академии, созданной в 388 году до н. э. в Афинах (вверху), стал одним из самых выдающихся ее представителей. Позднее он совершил путешествие в египетский город Гелиополь, где занимался астрономией. Затем он поселился в Кизике, где основал свою школу.



▲ Знаменитая гиппопеда Евдокса (выделена красным цветом) представляет собой сферическую лемнискату и описывает траекторию движения планет. Эта кривая получается сочетанием траектории вращательного движения планеты на одной из внутренних сфер модели Евдокса с траекторией вращения небесной сферы.







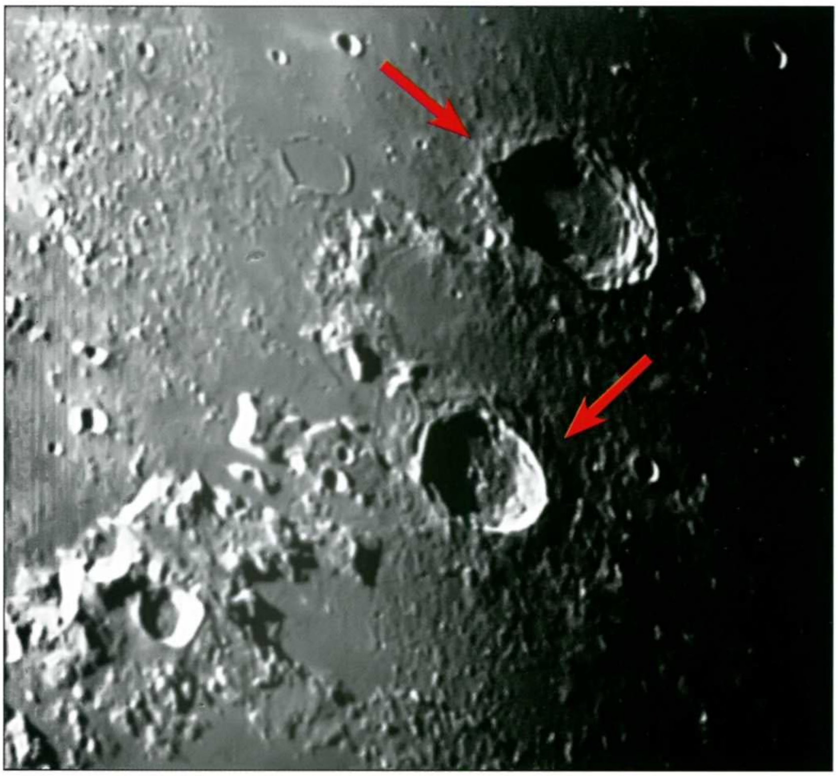
◄ *Для вычисления площади, ограниченной участком параболы (см. рис. слева), Евдокс разработал так называемый метод исчерпывания, основанный на вычислении приближенных значений площади «сверху» и «снизу» путем построения последовательностей многоугольников (см. рис. справа).*

Квадратуры

Созданный Евдоксом метод исчерпывания задумывался им как способ покончить с бесплодными попытками геометров прошлого решить задачу о квадратуре круга. Суть метода Евдокса заключалась в следующем. Для некоторой фигуры, площадь которой требовалось найти, строилось множество вписанных и описанных многоугольников так, чтобы разница их площадей была бесконечно малой. Если говорить современным языком, то площадь фигуры не «исчерпывалась», а вычислялась как предел. С помощью этого метода Евдоксу удалось получить важные результаты, в частности рассчитать объем призмы и конуса.

Метод Евдокса в свою очередь основывался еще на одном его открытии, которое представляло особую важность для математики того времени: ученый четко определил, что следует понимать под соотношением величин одного вида.

▼ *Лунный кратер, носящий имя Евдокса Книдского (в нижней части фотографии), расположен вблизи кратера, названного в честь великого греческого философа Архимеда (в верхней части фотографии), около границы которого находится кратер Митчелла. Оба этих кратера находятся рядом с Морем Холода на северо-востоке видимой стороны Луны.*



ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Большинство жрецов, в том числе жрецы Древнего Египта, использовали знания астрономии исключительно для составления астрологических прогнозов, что стало причиной разногласий между Евдоксом и верховными жрецами. Евдокс, который был ярым противником астрологии, аргументировал свои взгляды не вопросами веры, о которых сложно вести спор, но вопросами методологии: «Когда делают предсказания о жизни человека по его гороскопам, основанным на дате его рождения, этим предсказаниям не стоит придавать значения, поскольку влияние звезд столь сложно, что на всей Земле нет такого человека, который смог бы его вычислить».

- В конце жизни Евдокс вернулся в родной город, пользуясь заслуженной славой. По-видимому, после этого ему было поручено составить свод законов для новой демократии, которая в то время зарождалась в Книде. В те времена все еще считалось, что политика и мудрость не должны быть отделены друг от друга.

Это сыграло огромную роль как в арифметике, так и в геометрии. Некоторые исследователи даже полагают, что авторство некоторых глав «Начал» Евклида, особенно в книге V, в действительности принадлежит Евдоксу.

Отношения

Греки использовали понятие отношения во множестве теорем геометрии и арифметики. Сегодня понятие отношения между величинами a, b, c, d определяется как

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ если } a \cdot d = b \cdot c.$$

Оно кажется нам настолько привычным, что сложно представить, какой проницательностью должен был обладать Евдокс, чтобы дать ему определение. Однако если a и b — сферы, а c и d — кубы, построенные на радиусах этих сфер, то отношение теряет смысл. Суть открытия Евдокса заключалась в том, что первое равенство выполняется тогда и только тогда, когда для двух данных натуральных чисел m и n

если $ma < nb$, то $mc < nd$,
если $ma = nb$, то $mc = nd$.

Этноматематика

Математика в разных культурах

◄ *Skully — уличная игра с элементами математики, получившая название от английского слова skull («череп»). Череп изображался на асфальте в середине игрового поля. Эта игра была очень популярной в больших американских городах в первой половине XX века.*

▲ *Культурные особенности математики особенно ярко проявляются в традиционном искусстве. Многие из подобных произведений искусства дошли до наших дней, как, например, причудливые татуировки племени чева с острова Формоза у побережья Гвинеи-Бисау (внизу) или ковры с геометрическими узорами индейцев навахо (вверху).*

Термин «этноматематика», который до сих пор не найдешь в каждом словаре, был введен в 70-е годы XX века бразильским исследователем Убиратаном д'Амброзио для описания занятий математикой в различных культурных средах. Этноматематику не следует понимать как исследования, посвященные развитию математики в небольших туземных племенах — подобные исследования являются лишь частью этноматематики. В этноматематике могут рассматриваться группы, объединяемые общей религией, языком или местом проживания. Примером подобных групп могут быть жители отдельного рабочего района.

В целом этноматематика изучает все этнические группы, которые используют особые системы символов, методы вычислений и измерений, а также совершают любые другие действия, которые можно формализовать на языке математики. Деятельность этноматематиков координирует ISGEm (International Study Group on Ethnomathematics) — международная исследовательская группа по этноматематике, основанная в США в 1985 году. Цель группы — изучить культурное разнообразие в математике, чтобы применить увиденное для обучения математике и развивать ее и далее.

Математическая культура

В любой культуре, цивилизации или социальной группе возникает необходимость классифицировать, сравнивать, измерять, совершать подсчеты и делать умозаключения. Все эти действия могут выполняться в очень примитивном или, напротив, очень сложном контексте, где под примитивностью понимается некая концептуальная простота, которая не обязательно является недостатком с практической точки зрения. Подобная деятельность и главным образом ее систематизация составляет основу математических знаний отдельного народа или всей цивилизации. Развитие математических методов определяется, помимо прочего, географией, экономикой и политикой. Кажется очевидным, что людям, живущим на маленьком острове, затерянном где-нибудь в Тихом океане, достаточно минимальных знаний арифметики, чтобы классифицировать и подсчитывать все, что принадлежит им, с помощью костей, камней или других похожих предметов.

Теорема о классификации конечных групп будет для них абсолютно бесполезной. Если в нашем распоряжении находится современный компьютер, мы можем выполнять математические действия, которые нельзя выполнить с помощью ручки и бумаги, и они, разумеется, будут отличаться от действий, которые могут быть выполнены на глиняных табличках. С другой стороны, способы рассуждений, которые преподаются в школе, являются отражением формы рассуждений, характерных для конкретной культуры. Это может стать проблемой при обучении математике, что происходит, например, во многих африканских странах, где математика в том виде, в каком она преподается

▲► *Некоторые племена Новой Гвинеи до сих пор не используют символы при счете и ограничиваются способами, которые соответствуют их повседневным потребностям в математике.*

сейчас, воспринимается как нечто совершенно бесполезное и чуждое местной культуре.

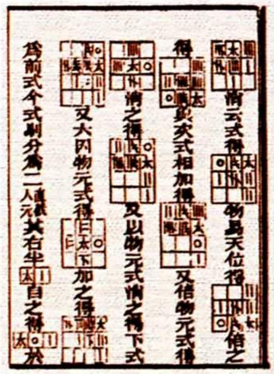
Китайские матрицы

Этноматематика способна помочь нам лучше понять, что одна формальная система мышления не лучше и не хуже другой. Это позволяет соотнести знания, накопленные в различных культурах. Например,

$$3x + 2y + z = 39$$
$$2x + 3y + z = 34$$
$$x + 2y + 3z = 26$$

— это система из трех уравнений, приведенная в 8 книге «Математики в девяти книгах» китайского математического трактата, датируемого 300 годом до н. э. Для решения этой системы коэффициенты записываются в виде квадрата.

1	2	3
2	3	2
3	1	1
26	34	39

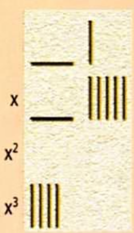


▲ *Матричная японская нотация является вариантом более ранней китайской нотации, изложенной Шу Шидзе в XIV веке в трактате «Нефритовое зеркало четырех неизвестных».*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Первый международный конгресс по этноматематике прошел в испанском городе Гранада в первой неделе сентября 1998 года.
- В математике «проверить» и «доказать» — совершенно разные понятия, так как если мы найдем прямоугольный треугольник, для которого будет выполняться равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$, это будет проверкой, но не доказательством теоремы Пифагора. В романских языках между этими терминами проводится четкое различие, которое практически отсутствует в английском языке. Это один из многочисленных примеров того, какие сложности могут возникать в разных языковых средах при обсуждении математических задач.

Представление многочленов



Представленные на иллюстрации символы обозначают многочлен $4x^3 + 15x + 11$. Эта форма записи использовалась в Японии XVII века. В первой клетке записывается свободный член многочлена, во второй — одночлен первой степени, в третьей — одночлен второй степени и так далее. Числа обозначались вертикальными и горизонтальными чертами. Эта нотация позволяла складывать и перемножать многочлены с той же легкостью, что и используемая нами нотация.

Они записываются в виде квадрата потому, что метод, который использовался в то время, был связан с магическими квадратами, которые были открыты китайцами. Ряд операций над столбцами этого квадрата приводит к следующему «эквивалентному квадрату»:

0	0	3
0	5	2
36	1	1
99	24	39

Исходная система уравнений принимает вид:

$$36z = 99;\ 5y + z = 24;\ 3x + 2y + z = 39,$$

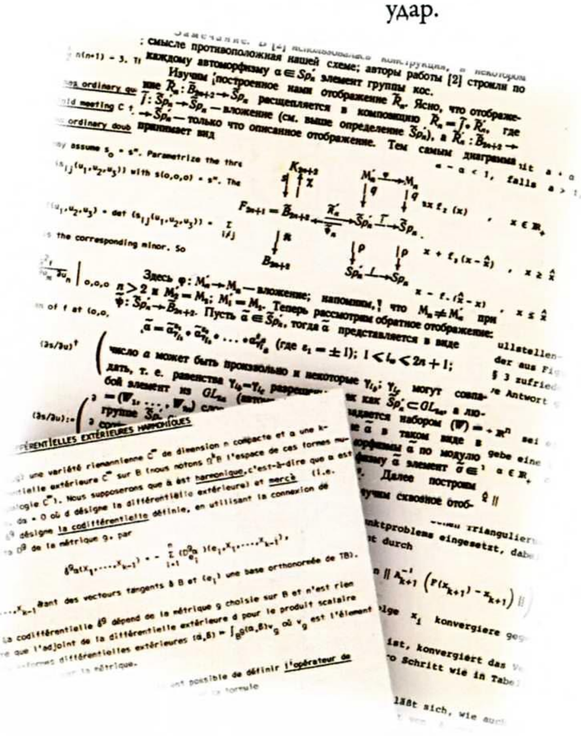
что позволяет мгновенно найти решение. Систематический метод решения систем линейных уравнений подобного типа был создан европейскими математиками лишь тысячу лет спустя, когда Габриэль Крамер (1704–1752) разработал метод, который с незначительными изменениями используется и сейчас. В методе Крамера не использовались матрицы — математические объекты, подобные китайским квадратам.

Первым, кто упомянул слово «матрица», стал Джеймс Сильвестр (1814–1897), а первым, кто начал использовать матрицы вида

$$\begin{pmatrix} ab \\ cd \end{pmatrix} \quad \text{для представления систем вида} \quad \begin{matrix} ab \times by = P \\ cx \times dy = Q, \end{matrix}$$

был Артур Кэли (1821–1895).

В 213 году до н. э. император приказал сжечь все книги. Некоторые сохранились в памяти людей, другие удалось спрятать, но несмотря на это, китайская наука пережила серьезный удар.

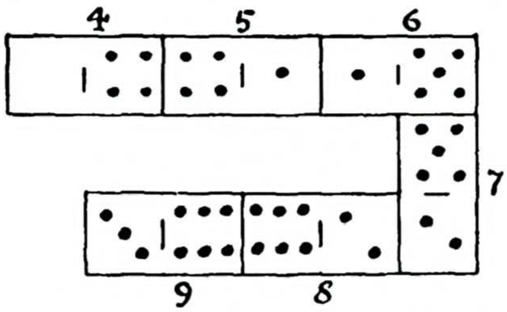


► *Книги по математике представляют собой смесь формального и естественного языков. Невозможность свести второй к первому — одна из причин, по которой при обучении математике следует учитывать особенности той культурной среды, в которой она преподается.*

Маленькая радость от игры.
Мэтью Прайор

1. Цепочка домино

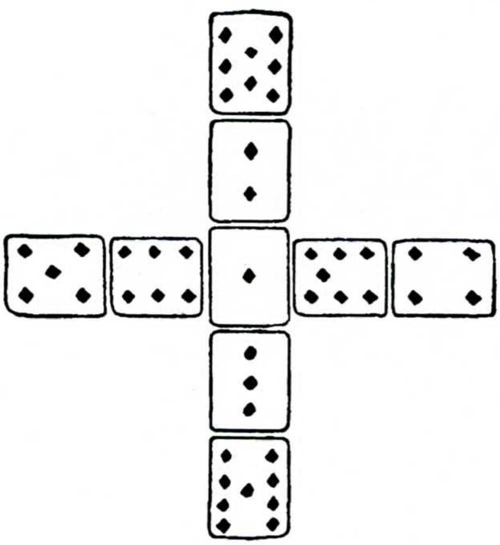
На рисунке изображены шесть костяшек домино, расположенных согласно правилам — 4 к 4, 1 к 1 и так далее. При этом сумма очков на костяшках (4, 5, 6, 7, 8, 9) представляет собой арифметическую прогрессию, то есть разность между соседними суммами равна одному и тому же числу. В данном случае это число 1.



Сколькими способами можно расположить шесть костяшек домино из стандартного набора из 28 костяшек так, чтобы суммы очков на них образовали арифметическую прогрессию? Костяшки следует располагать слева направо, убывающие арифметические прогрессии (например, 9, 8, 7, 6, 5, 4) не допускаются.

2. Карточный крест

Эта головоломка заключается в том, чтобы расположить в форме креста девять игральных карт бубновой масти от туза до девятки так, как показано на рисунке, чтобы при этом сумма очков в вертикальном и горизонтальном рядах была одинаковой.



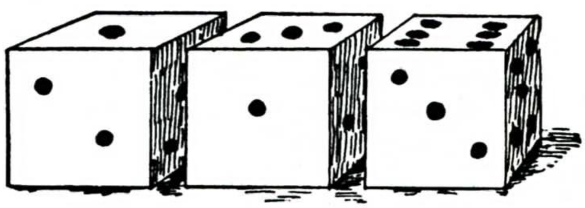
В приведенном примере сумма очков в обоих рядах равна 23. Определите, сколькими способами можно расположить карты так, чтобы это условие выполнялось. Нетрудно видеть, что можно поменять местами 5 и 6, 5 и 7, 8 и 3 и так далее, при этом условие задачи по-прежнему будет выполняться.

Мы также можем поменять горизонтальный и вертикальный ряды местами. Однако эти перестановки столь очевидны, что они считаются не разными решениями, а лишь вариантами одного базового решения. Сколько разных базовых решений имеет эта задача? Разумеется, совершенно не обязательно, чтобы сумма очков в рядах всегда равнялась 23.

3. Фокус с игральными костями

Сейчас я расскажу вам о прекрасном фокусе с тремя игральными костями. Попросите кого-нибудь бросить кубики так, чтобы вы их не видели. Затем попросите вашего помощника умножить очки на первом кубике на 2 и прибавить 5, затем умножить результат на 5 и прибавить к нему число очков на втором кубике, далее умножить полученное число на 10 и прибавить число очков на третьем кубике. Когда он назовет результат, вы сразу сможете сказать, сколько очков выпало на каждом из трех кубиков.

Как это сделать? Например, если выпало 1, 3 и 6, мой помощник назовет число 386, и я сразу же смогу определить, сколько очков выпало на каждом из кубиков.



4. Футболисты

— Футбол — славный спорт! — воскликнул болельщик. — По окончании прошлого сезона из всех известных мне футболистов у четырех была сломана левая рука, у пяти — правая; у двоих была здоровой правая рука, у троих — левая.

Сможете определить минимально возможное число футболистов, которых знал наш болельщик? Из условия задачи не следует, что футболистов было 14, так как, например, двое из тех, кто сломал левую руку, могли быть теми же двумя футболистами, у которых правая рука была здоровой.

Решения

1. Всего существует 23 разных способа. Можно начать с любой костяшки, за исключением 4–4 и тех, на которых есть 5 или 6 очков, однако лишь некоторые костяшки можно будет расположить двумя способами. Если нам дана разность между очками на костяшках домино, то по известной первой костяшке все остальные определяются автоматически. Следовательно, достаточно указать лишь первую костяшку для каждого из 23 вариантов и разницу между очками. Я сделаю это следующим образом. При разнице между очками, равной 1, первой костяшкой может быть любая из перечисленных: 0–0, 0–1, 1–0, 0–2, 1–1, 2–0, 0–3, 1–2, 2–1, 3–0, 0–4, 1–3, 2–2, 3–1, 1–4, 2–3, 3–2, 2–4, 3–3, 3–4. При разнице между очками, равной 2, первой костяшкой может быть 0–0, 0–2 или 0–1. Рассмотрим в качестве примера последний случай. При первой костяшке 0–1 и разнице между очками, равной 2, следующими костяшками будут 1–2, 2–3, 3–4, 4–5, 5–6. Три костяшки нельзя использовать ни в одном из вариантов: это 0–5, 0–6 и 1–6. Для расширенного набора костяшек, где последней костяшкой в наборе является 9–9, существует 40 вариантов решения задачи.

2. Всего имеется 18 основных решений. Я перечислю их ниже, указав число очков на картах только для горизонтального ряда, так как положение остальных карт в этом случае определяется автоматически.

56174	24568
35168	34567
34178	14768
25178	23768
25368	24758
15378	34956
24378	24957
14578	14967
23578	23967

Так как сумма очков является нечетной, карта, расположенная на пересечении рядов, также должна иметь нечетное число очков. Сумму 23, 25 и 27 можно получить четырьмя способами, 24 и 26 — тремя.

3. Достаточно вычесть из указанного числа 250, и три цифры результата укажут, сколько очков выпало на всех трех кубиках. Так, в нашем примере указанным числом является 386. Отняв от него 250, получим 136 и увидим, что на кубиках выпало 1, 3 и 6 очков. Результатом всех арифметических действий будет число $100a + 10b + c + 250$, где a, b и c соответствуют очкам, выпавшим на всех трех кубиках. Таким образом, решение задачи очевидно.

4. Минимально возможное число футболистов — семь. Задача имеет три разных решения:

(1) У двоих футболистов нет травм рук, у одного сломана правая рука, у четырех сломаны обе руки.

(2) У одного футболиста нет травм рук, у одного сломана левая рука, у двух сломана правая, у трех сломаны обе руки.

(3) У двух футболистов сломана левая рука, у трех — правая, еще у двух сломаны обе руки. Если по условию травмированы все футболисты, то последний вариант будет единственно возможным.

В этой игре, где сочетаются логика и стратегия, требуются хорошая память и умение рассуждать. Столь же важно иметь терпение, поскольку вам придется перебрать множество последовательностей ходов, прежде чем вы найдете правильную.

Нелегкий путь к свободе

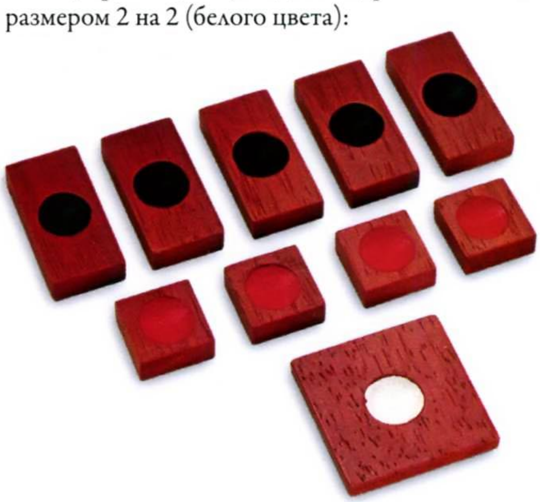
Блоки

Klotski (произносится «клоцки») в переводе с польского означает «блоки». Это название классической польской головоломки с перемещением сегментов, появившейся в начале XX века. Она неоднократно выпускалась под разными названиями и из различных материалов. «Блоки» — головоломка в подлинном смысле этого слова, так как для ее решения потребуется умение стратегически мыслить и рассуждать.

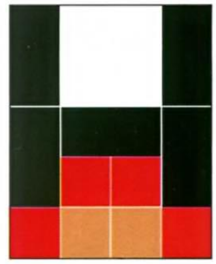
▲ На первый взгляд это может показаться неочевидным, но в действительности головоломка «Блоки» представляет собой лабиринт. На каждом этапе игры существует несколько различных положений элементов, в каждом из которых открывается несколько путей: они могут оказаться ошибочными или, напротив, приведут к решению. Чтобы большой белый элемент можно было переместить на другой конец доски, маленькие элементы должны исполнить настоящий танец.

Суть игры

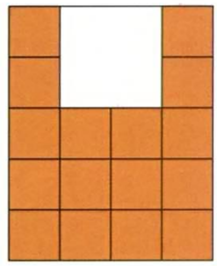
Головоломка состоит из 10 элементов общей площадью 18 единичных квадратов: она содержит 4 квадратных элемента размерами 1 на 1 (красного цвета), 5 прямоугольных элементов размером 1 на 2 (черного цвета) и один квадратный элемент размером 2 на 2 (белого цвета):



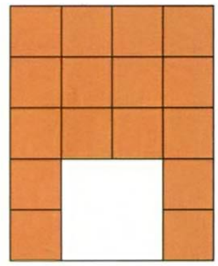
◄ Изучив 10 элементов головоломки, вы тут же обратите внимание на важную деталь: большой белый элемент немного тоньше остальных. Когда вы переместите этот элемент в требуемое положение, его можно будет извлечь из доски через прорезь.



В начальной позиции элементы головоломки располагаются на доске размером 4 на 5 клеток. Цель головоломки — перевести большой элемент из верхней части доски в нижнюю.

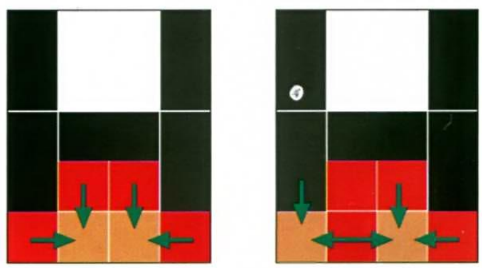


Начальная позиция



Итоговая позиция

Правила головоломки просты. Ее элементы нельзя поворачивать и переставлять друг через друга. Допускаются только перемещения по поверхности доски по горизонтали и вертикали. Например, в начальной позиции можно перемещать только элементы красного цвета. После первого перемещения левого элемента ситуация изменяется: одна из маленьких частей оказывается запертой, за счет чего можно переместить прямоугольный элемент черного цвета:



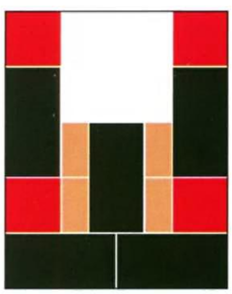
Игра с историей

Со многими играми связаны разные истории и легенды. Так как цель головоломки «Блоки» — освободить один из элементов, то совершенно естественно, что многие варианты этой игры послужили воплощениями разных историй, связанных с освобождением. Эта игра выпускалась в разных странах под названиями l'Âne Rouge, Trabado, Khun Pan и Hua Rong Path.

▲ *Кадры из фильма «Кун Пан. Легенда о воине» (2002), в основе которого лежит тайская легенда, также давшая название одному из вариантов головоломки «Блоки». Главный герой фильма переживает множество приключений и даже попадает в тюрьму, став жертвой врага Куна Чана, который хочет отобрать у него жену. Куну Пану удается сбежать благодаря сверхъестественным способностям, которыми он овладел в заключении и в моменты медитации в лесу.*

L'Âne rouge — французский вариант этой головоломки, в котором нужно вывести красного осла из стойла. В аргентинской версии этой головоломки Trabado большой элемент — это грузовик, который нужно вывести с парковки, передвигая другие машины. В головоломке Hua Rong Path (путь Хуа Жун) белый элемент символизирует китайского императора Цао Цао, которого преследует генерал Гуань Юй (его символизирует горизонтальный элемент зеленого цвета) в битве у Красной скалы. Придя к дороге Хуа Жун, четверо верных солдат Цао Цао (их обозначают маленькие квадраты) провели его к выходу, а четыре гвардейца генерала Юя (их символизируют остальные элементы черного цвета) и сам генерал пытались им помешать. Беглецам удалось уйти от четырех гвардейцев, и последний бой Цао Цао дал сам генерал Гуань Юй. Игра Кун Пан основана на тайской легенде с таким же названием. В одном из эпизодов ее герою Куну Пану удается сбежать из тюрьмы, уйдя от преследующих его охранников. Разумеется, Куна Пана символизирует самый большой элемент головоломки, охранников — все остальные элементы.

В последние годы головоломка «Блоки» обрела популярность под исходным названием Klotski благодаря появлению компьютерной версии игры, содержащей множество вариантов. Один из них, чрезвычайно удачный, создал великий математик Джон Конвей в 1995 году. Эта версия головоломки называется Century Puzzle. В ней также нужно переместить большой элемент из верхнего в нижнее центральное положение, однако исходное положение элементов выглядит так (два прямоугольных элемента расположены горизонтально):



История, насчитывающая свыше ста лет

Головоломка «Блоки» принадлежит к обширному семейству игр с перемещением сегментов по знаменитой классификации игр, разработанной Джерри Слокумом. В классификации головоломок с перемещением сегментов, созданной Эдвардом Хордерном, «Блоки» относятся к головоломкам на квадратном игровом поле.

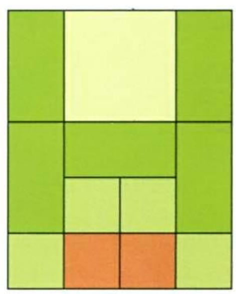
Самой известной из подобных игр, несомненно, являются пятнашки, созданные Сэмом Лойдом в 1870 году. Эта игра состоит из 15 квадратных костяшек с номерами от 1 до 15, помещенных в квадратную коробку размером 4 × 4. В эти же годы были выпущены и другие похожие игры, например The Flying Puzzle и Ma's Puzzles. Создатели игр быстро поняли, что головоломки этого типа дарят множество возможностей для размышлений.

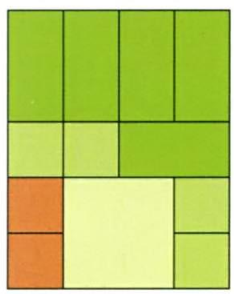
На пути к решению

Понять цель головоломки «Блоки» нетрудно, но чтобы найти решение, нужно совершить достаточно большое число ходов в правильной последовательности, причем эти ходы не подчиняются какому-то одному простому правилу. Следовательно, необходимо разработать промежуточные стратегии. Чтобы игрок смог найти путь к решению в лабиринте возможных ходов, приведем некоторые указания.

Подсказка № 1

Для самых любопытных игроков мы приводим итоговое положение элементов головоломки, чтобы они могли сравнить его с начальным. Напомним, что светло-коричневым цветом обозначены пустые квадраты.



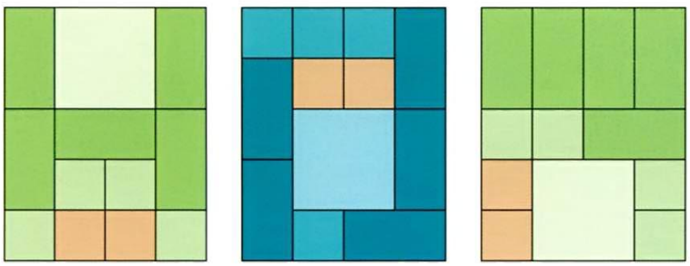


Эта подсказка поможет вам в общих чертах представить, в каком порядке нужно перемещать прямоугольные части головоломки. С другой стороны, отметим, что указанное итоговое положение можно превратить в новое исходное положение элементов, просто повернув доску.

В дополнение к этой подсказке советуем обратиться к истории и прочитать, как китайскому правителю Цао Цао удалось уйти от преследователей по дороге Хуа Жун.

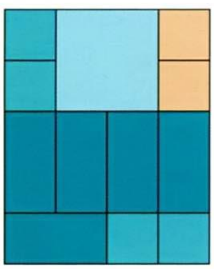
Подсказка № 2

Ознакомившись с первой подсказкой, вы сможете понять, что на пути к решению сначала нужно переместить вертикальные прямоугольные блоки, а затем горизонтальные. В качестве второй подсказки приведем промежуточное расположение элементов (на рисунке ниже оно выделено бирюзовым цветом):

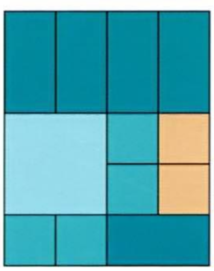


Подсказка № 3

Напомним, что первое препятствие, которое нам предстоит преодолеть, — это вертикально расположенные прямоугольные блоки. Чтобы убрать их с пути, сначала нужно соединить четыре вертикальных прямоугольных блока под большим квадратом так, чтобы сбоку от него оказались два пустых квадрата:



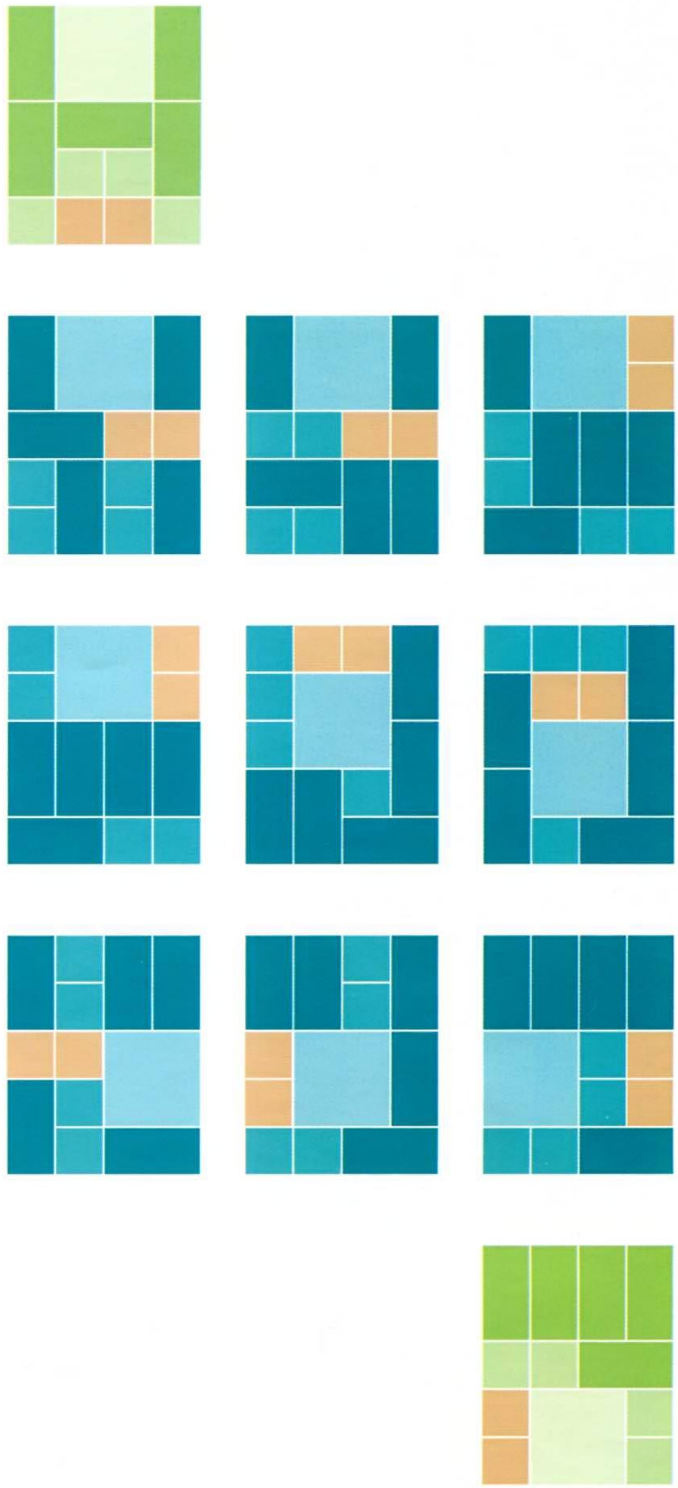
Расположив блоки таким образом, затем их нужно передвинуть так:



На следующем шаге нужно будет обойти горизонтальный прямоугольный блок.

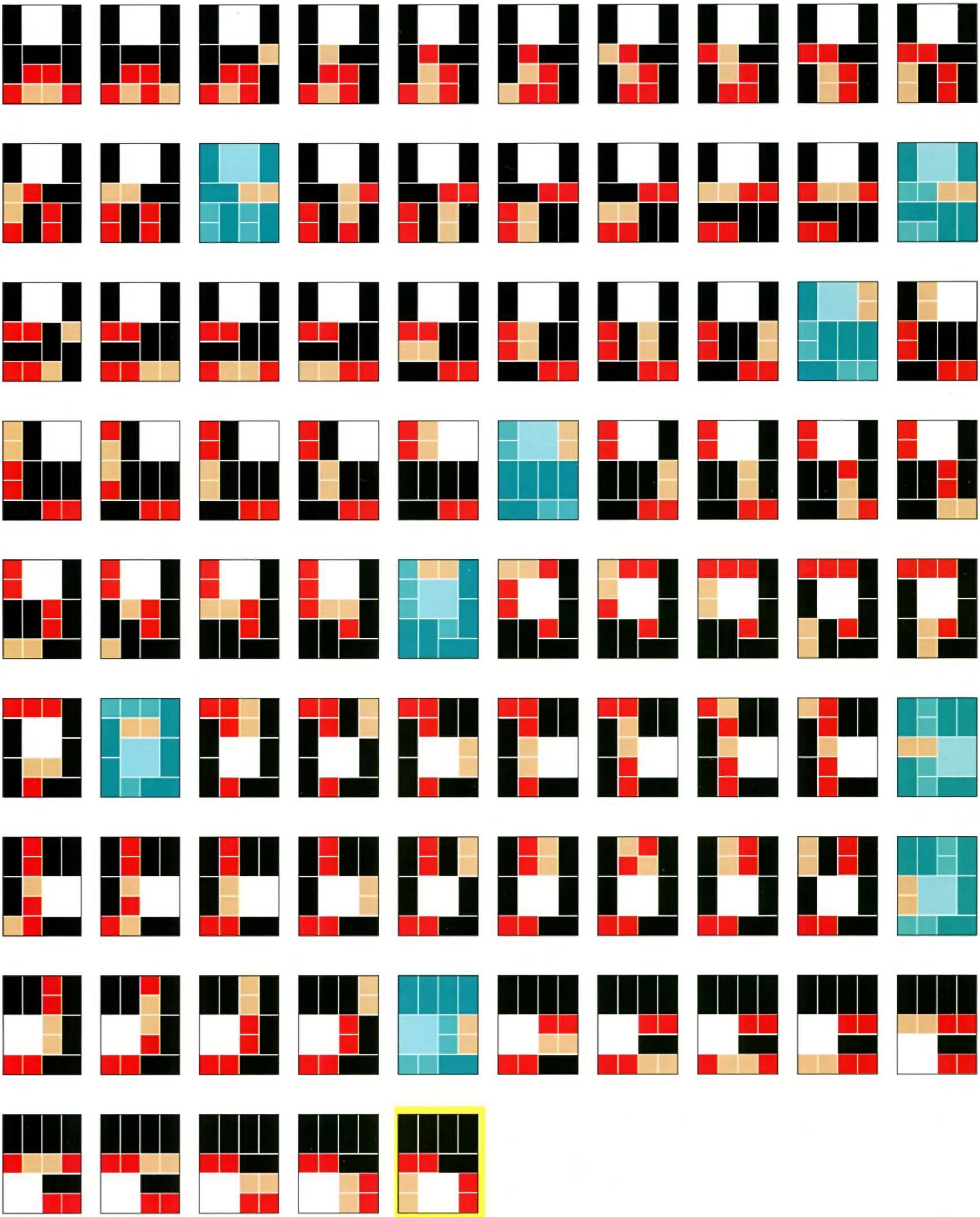
Подсказка № 4

Ниже представлена наиболее полная последовательность промежуточных позиций, которые помогут вам решить головоломку. Эти промежуточные позиции были выбраны так, чтобы от каждой из них можно было перейти к следующей с помощью элементарных ходов.



Решение

Далее представлено пошаговое решение головоломки «Блоки». Бирюзовым цветом выделены позиции, приведенные в качестве подсказок на предыдущих страницах. Вновь напоминаем, что светло-коричневым цветом обозначены пустые клетки.




18
17
3
11
8
7
19
9
6
5
4
16
14
1
2
12
15
10
13

DeAGOSTINI ПРЕДСТАВЛЯЕТ

Пропустили выпуск любимой коллекции?

Просто закажите его на сайте www.deagostini.ru

Для вашего удобства рекомендуем приобретать выпуски в одном и том же киоске и заранее сообщать продавцу о вашем желании покупать следующие выпуски коллекции

Для украинских читателей:
заказ возможен на сайте www.deagostini.ua или по телефону горячей линии 0-800-500-8-40

В следующем выпуске через 2 недели

Кубы в кубе

Язык символов
Пределы математики

Награда лучшим
Математические премии

Игры разума
Джон Форбс Нэш

Электронная математика
Доказательства с помощью компьютера

Лучшее от Эдуарда Люка
Прогулки строем

16+ *Спрашивайте в киосках!*